УДК 62-198.2 : 681.5.015

А.Б. Шушпанников, Б.А. Федосенков

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОРЦИОННОГО ДОЗИРОВАНИЯ

Объемные дозаторы дискретного действия нашли широкое применение в пищевой и других отраслях промышленности для подачи жидких и сухих дисперсных материалов. Их выходной материалопотоковый сигнал описывается, как правило, функцией в виде трапецеидальной волны. Чтобы оперировать моделями периодических сигналов расходов дозаторов для поиска диапазона согласованных режимов работы дозирующе-смесительного оборудования, их параметры представляют в виде функциональных зависимостей с помощью Фурье-разложения.

Дозатор дискретного действия, сыпучий материал, Фурье-разложение.

Введение

Объемные дозаторы дискретного действия нашли широкое применение в пищевой и других отраслях промышленности для подачи жидких и сухих дисперсных материалов. В простейшем случае эти устройства представляют собой мерные сосуды, которые циклически загружаются из бункера и разгружаются в приемную емкость. Их производительность регулируют путем изменения скорости наполнения мерника (времени цикла) или его объема.

В большинстве случаев дозаторы относительно просты и имеют невысокую погрешность. Для несжимаемых сред (жидких и содержащих жидкую фазу) погрешность обычно не превышает одной десятой процента ($\eta \le 0{,}1$ %), а при дозировании хорошо сыпучих материалов $\eta \le 0{,}5$ %. В конструкциях, где при дозировании трудносыпучих ингредиентов предусмотрены средства стабилизации потока дисперсной фазы, $\eta \le 4$ %.

К недостаткам следует отнести скважную (дискретную) подачу ингредиентов. При этом сигнал порционного дозатора, как правило, имеет форму прямоугольной или – в общем случае – трапецеидальной волны [1]. Эти флуктуации в виде ряда концентрационных всплесков ухудшают качество готового продукта, что требует в непрерывном производстве повышения инерционности следующего за дозатором оборудования и соблюдения согласованных режимов их работы. Задача еще более усложняется при составлении многокомпонентных композиций.

Методы исследования

Для поиска диапазона согласованных режимов работы дозирующе-смесительного оборудования методами математического моделирования необходимо в соответствующей форме описать фрагменты смесительного агрегата и их входные и выходные воздействия.

Чтобы оперировать моделями периодических сигналов расходов дозаторов, их параметры надо представить в виде функциональных зависимостей. В инженерно-технических расчетах в подобных случаях наиболее часто используют преобразование рядами Фурье, представляющее собой декомпозицию дискретного периодического сигнала в виде конечной суммы гармонических колебаний.

После определения значения коэффициентов ряда Фурье записывается аналитическое уравнение массового расхода порционного дозатора в виде суммы тригонометрических функций. Далее, для амплитудно-частотного анализа смесительного агрегата, это выражение преобразуют по Лапласу.

На рис. 1 представлена форма импульсов дозирования, последовательность которых с периодом следования T_d формируется в общем режиме объемным дозатором дискретного действия.

Длительность передних (от nT_d до $nT_d+\Theta_f$) и задних (от $nT_d+\Theta_r$ до $nT_d+\Theta_d$) фронтов с разными значениями крутизны незначительна. Верхние части (от $nT_d+\Theta_f$ до $nT_d+\Theta_r$) продолжительны и максимально уплощены, поскольку ими определяется номинальный режим расхода Xm_d при формировании доз (порций). Интервал, длящийся с момента окончания периода отсечки (то есть с момента полного блокирования разгрузочного отверстия) до момента начала формирования новой порции (от $(n\text{-}1)T_d+\Theta_d$ до nT_d), является паузой (здесь n – номер цикла дозирования).

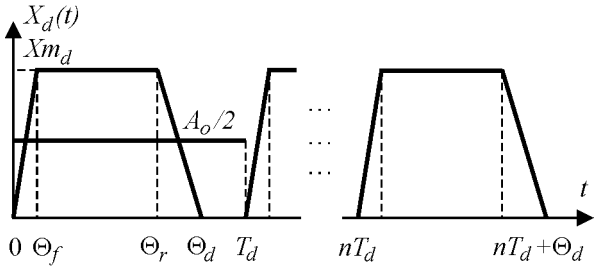

Рис. 1. Параметризация сигнала порционного дозирования для общего режима

Длительность фронтов и вершины импульса порции целесообразно задавать не абсолютными, а относительными параметрами. Тогда скважности порционного дозирования, интервала формирования дозы до начала отсечки и интервала достижения режима номинального дозирования соответственно равны:

$$\lambda = \frac{T_d}{\Theta_d}; \quad \mu = \frac{\Theta_d}{\Theta_r}; \quad \nu = \frac{\Theta_r}{\Theta_f}. \qquad (1)$$

При этих условиях дозирующий поток на выходе из порционного дозатора на промежутке первого цикла дозирования описывается следующими функциональными зависимостями:

$$X_d(t)=\begin{cases}\dfrac{Xm_d\lambda\mu\nu}{T_d}t, & \text{при } 0\le t<\dfrac{T_d}{\lambda\mu\nu}\\ Xm_d, & \text{при } \dfrac{T_d}{\lambda\mu\nu}\le t<\dfrac{T_d}{\lambda\mu}\\ \dfrac{Xm_d\mu}{1-\mu}\left(\dfrac{\lambda}{T_d}t-1\right), & \text{при } \dfrac{T_d}{\lambda\mu}\le t<\dfrac{T_d}{\lambda}\\ 0, & \text{при } \dfrac{T_d}{\lambda}\le t<T_d\end{cases} \qquad (2)$$

Для получения цепочки трапецеидальных импульсов расхода на протяжении произвольного количества циклов следует воспользоваться расширенным описанием:

$$X_d(t)=\sum_{n=0}^{m-1}\begin{cases}\dfrac{Xm_d\lambda\mu\nu}{T_d}(t-nT), & \text{при } nT\le t<nT+\dfrac{T_d}{\lambda\mu\nu}\\ Xm_d, & \text{при } nT+\dfrac{T_d}{\lambda\mu\nu}\le t<nT+\dfrac{T_d}{\lambda\mu}\\ \dfrac{Xm_d\mu}{1-\mu}\left(\dfrac{\lambda}{T_d}(t-nT)-1\right), & \text{при } nT+\dfrac{T_d}{\lambda\mu}\le t<nT+\dfrac{T_d}{\lambda}\\ 0, & \text{при } nT+\dfrac{T_d}{\lambda}\le t<nT+T_d\end{cases} \qquad (3)$$

где m – количество формируемых циклов дозирования; n – номер цикла.

Трапецеидальный импульс с периодом T_d с достаточной точностью для практических расчетов аппроксимируется тригонометрической суммой вида

$$X_d(t)=\frac{A_0}{2}+\sum_{k=1}^{10}\left(A_k\cos\frac{2k\pi}{T_d}t+B_k\sin\frac{2k\pi}{T_d}t\right), \qquad (4)$$

где k – номер гармонической составляющей; A_0, A_k, B_k – коэффициенты разложения по Фурье, которые находятся следующим образом:

$$\begin{cases}A_0=\dfrac{2}{T_d}\displaystyle\int_0^{T_d}X_d(t)dt\\ A_k=\dfrac{2}{T_d}\displaystyle\int_0^{T_d}X_d(t)\cos\left(\dfrac{2k\pi}{T_d}t\right)dt\\ B_k=\dfrac{2}{T_d}\displaystyle\int_0^{T_d}X_d(t)\sin\left(\dfrac{2k\pi}{T_d}t\right)dt\end{cases} \qquad (5)$$

Подставляя в (5) выражение (2), описывающее процесс формирования доз материала $X_d(t)$ порционным дозатором, находим коэффициенты Фурье-разложения как функцию режимных параметров дозирования (λ, μ, ν, T_d, Xm_d).

После ряда преобразований получаем расчетные формулы для определения коэффициентов Фурье для общего случая работы дозатора, соответствующие удвоенному значению постоянной (фоновой) составляющей дозирующего потока A_0 и амплитудам переменных составляющих – четной A_k и нечетной B_k гармоник:

$$A_0=\frac{X_{m_d}}{\lambda}\left[\frac{2\nu-1}{\mu\nu}+\frac{\mu-1}{\mu}\right]=\frac{X_{m_d}}{\lambda\mu\nu}(\mu\nu+\nu-1); \qquad (6)$$

$$A_k=\frac{X_{m_d}\mu\lambda}{2k^2\pi^2}\left[\nu\left(\cos\left(\frac{2k\pi}{\lambda\mu\nu}\right)-1\right)+\frac{1}{\mu-1}\left(\cos\left(\frac{2k\pi}{\lambda\mu}\right)-\cos\left(\frac{2k\pi}{\lambda}\right)\right)\right]; \qquad (7)$$

$$B_k=\frac{X_{m_d}\lambda\mu}{2k^2\pi^2}\left[\nu\sin\left(\frac{2k\pi}{\lambda\mu\nu}\right)+\frac{1}{\mu-1}\left(\sin\left(\frac{2k\pi}{\lambda\mu}\right)-\sin\left(\frac{2k\pi}{\lambda}\right)\right)\right]. \qquad (8)$$

Изображение по Лапласу импульсной переходной функции, необходимое для амплитудно-частотного анализа смесительного агрегата, запишется следующим образом:

$$L[x_i(t)]=\frac{A_0}{2S}+\sum_{k=1}^{10}\left(A_k\frac{S}{S^2+\omega_{d\hat{e}}^2}+B_k\frac{\omega_{d\hat{e}}}{S^2+\omega_{d\hat{e}}^2}\right), \qquad (9)$$

где A_0, A_k, B_k, k – соответственно коэффициенты Фурье-модели и номер гармоники разложения сигнала порционного дозирования; ω_{dk} – частота k-й гармоники порционного дозатора.

Результаты и их обсуждение

Выше был описан алгоритм Фурье-разложения цепочки трапецеидальных импульсов, формируемых дозатором порционного типа. Теперь рассмотрим частный случай [2] реализации этого процесса, когда в смесителе готовится двухкомпонентная композиция.

Порционный дозатор [3], изображенный на рис. 2, имеет два загрузочных бункера для разных компонентов. Мерные камеры, отличающиеся по объему, формируют два неодинаковых по амплитуде сигнала X_{md1} и X_{md2}. Кроме того, частоты их следования различаются в два раза (периоды T_{d1} и T_{d2}).

Устройство состоит из двух бункеров 1 и 2, пластины 3 с мерниками 5, 6 и двух транспортеров: длинного 7 и короткого 8. Пластина 3 совершает возвратно-поступательное движение таким образом, чтобы мерник 6 за цикл два раза, слева и справа, вышел за пределы транспортера 8 в положение «выгрузка». В то же время мерник 5 лишь один раз справа за роликом 10 займет положение «выгрузка», т.е. бункер 2 будет опорожняться вдвое чаще первого. На рис. 2 объем камеры 6 вдвое больше камеры 5, значит, расходы ингредиентов будут соотноситься как 4:1.

Кронштейн 12 синхронизирует движение лент конвейера и пластины 3. Устраняя относительное смещение нижних срезов мерников по ленте, он тем самым препятствует истечению сыпучего материала в возможный зазор между ними.

Для приготовления двухкомпонентной смеси (пшеничная мука : манная крупа) в соотношении 10:1 первый сигнал с учетом периодов дозирования и скважностей должен иметь следующие режимные параметры: импульсный весовой расход муки X_{md1} = 25 г/с; период дозирования T_{d1} = 1 с; скважности: λ_1 = 2,2, μ_1 = 1,4, ν_1 = 2,7. Второй: импульсный весовой расход крупы X_{md2} = 6,25 г/с; период дозирования T_{d2} = 2 с; скважности: λ_2 = 4,4; μ_2 = 1,3; ν_2 = 2,8.

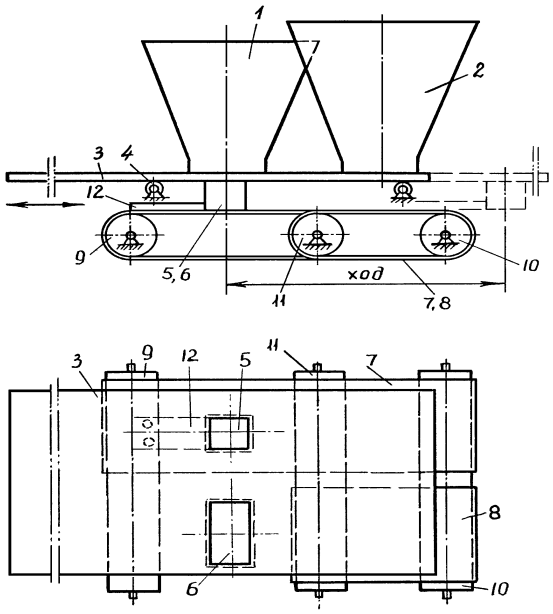

Рис. 2. Порционный дозатор, выполненный по а.с. № 1744489: 1 – бункер для компонента с меньшим расходом; 2 – бункер для компонента с большим расходом; 3 – пластина; 4 – направляющие; 5, 6 – дозирующие камеры; 7, 8 – бесконечная лента; 9, 10, 11 – ролики; 12 – кронштейн

В соответствии с выражениями (6)–(8) рассчитываются коэффициенты A_0, A_k, B_k Фурье-модели, значения которых сведены в табл. 1.

Тогда первый сигнал дозатора опишется выражением

$$\begin{aligned} X_1(t) &= 8{,}237 + 2{,}082\cos(6{,}28t) + \\ &+ 13{,}173\sin(6{,}28t) - 5{,}968\cos(12{,}56t) + \\ &+ 1{,}198\sin(12{,}56t) - 0{,}142\cos(18{,}84t) - \\ &- 0{,}097\sin(18{,}84t) - 1{,}749\cos(25{,}12t) + \\ &+ 1{,}214\sin(25{,}12t) - 0{,}983\cos(31{,}4t) - \\ &- 0{,}909\sin(31{,}4t) - 0{,}05\cos(37{,}68t) - \\ &- 0{,}107\sin(37{,}68t) - 0{,}209\cos(43{,}96t) - \\ &- 0{,}164\sin(43{,}96t) - 0{,}03\cos(50{,}24t) - \\ &- 0{,}011\sin(50{,}24t) - 0{,}012\cos(56{,}52t) - \\ &- 0{,}057\sin(56{,}52t) + 0{,}021\cos(62{,}8t) + \\ &+ 0{,}226\sin(62{,}8t). \end{aligned} \tag{10}$$

Второй – выражением вида

$$\begin{aligned} X_2(t) &= 1{,}062 + 1{,}502\cos(3{,}14t) + \\ &+ 1{,}339\sin(3{,}14t) + 0{,}193\cos(6{,}28t) + \\ &+ 1{,}694\sin(6{,}28t) - 0{,}731\cos(9{,}42t) + \\ &+ 1{,}028\sin(9{,}42t) - 0{,}752\cos(12{,}56t) + \\ &+ 0.163\sin(12{,}56t) - 0{,}268\cos(15{,}7t) - \\ &- 0{,}167\sin(15{,}7t) + 0{,}029\cos(18{,}84t) + \\ &+ 0{,}024\sin(18{,}84t) - 0{,}075\cos(21{,}98t) + \\ &+ 0{,}228\sin(21{,}98t) - 0{,}273\cos(25{,}12t) + \\ &+ 0{,}142\sin(25{,}12t) - 0.{,}59\cos(28{,}26t) - \\ &- 0{,}078\sin(28{,}26t) - 0{,}079\cos(31{,}4t) - \\ &- 0{,}156\sin(31{,}4t). \end{aligned} \tag{11}$$

Таблица 1

Коэффициенты Фурье-модели для общего режима работы порционного дозатора

№ гармоники	Значения коэффициентов Фурье-модели		
	A_0	A_k	B_k
Первый сигнал			
1	16,474	2,082	13,173
2		-5,968	1,980
3		-0,142	-0,097
4		-1,749	1,214
5		-0,983	-0,909
6		-0,050	-0,107
7		-0,209	-0,164
8		-0,030	-0,011
9		-0,012	-0,057
10		0,021	0,226
Второй сигнал			
1	2,123	1,502	1,339
2		0,193	1,694
3		-0,731	1,028
4		-0,752	0,163
5		-0,268	-0,167
6		0,029	0,024
7		-0,075	0,228
8		-0,273	0,142
9		-0,259	-0,078
10		-0,079	-0,156

Осциллограмма первого сигнала, полученная Фурье-разложением, приведена на рис. 3, второго – на рис. 4. На рис. 5 приведена осциллограмма суммарного сигнала дозатора.

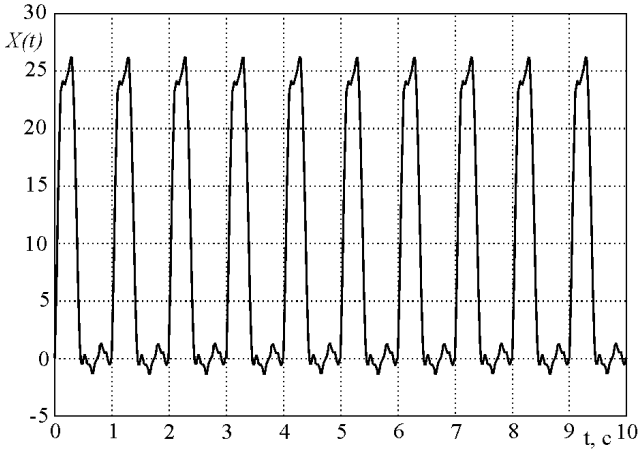

Рис. 3. Первый сигнал порционного дозатора, выполненного по а.с. № 1744489, при периоде дозирования $T_{d1} = 1$ с

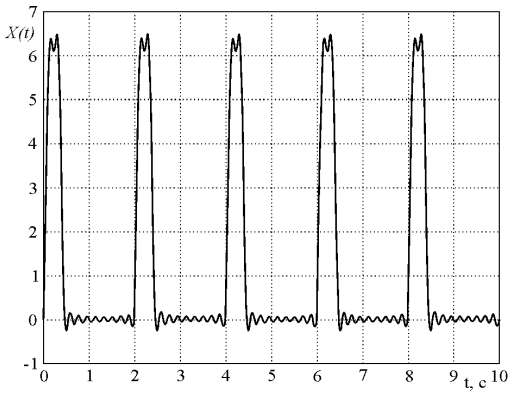

Рис. 4. Второй сигнал порционного дозатора при периоде дозирования $T_{d2} = 2\ c$

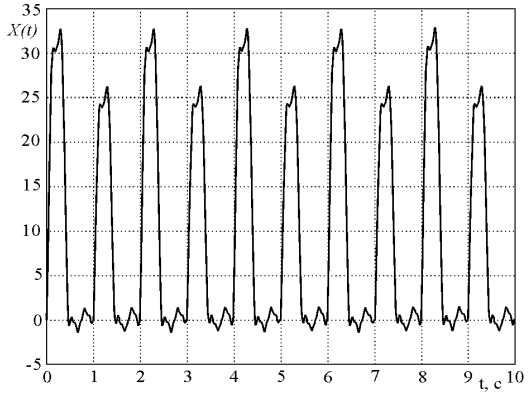

Рис. 5. Суммарный сигнал порционного дозатора

Запишем выходные воздействия порционного дозатора, преобразованные по Лапласу, необходимые для амплитудно-частотного анализа смесительного агрегата.

Первое воздействие на смеситель со стороны дозатора:

$$
\begin{aligned}
L[x_1(t)] = {} & \frac{8{,}237}{S} + \frac{2{,}082S}{S^2+39{,}438} + \frac{82{,}726}{S^2+39{,}438} - \\
& - \frac{5{,}968S}{S^2+157{,}754} + \frac{15{,}047}{S^2+157{,}754} - \frac{0{,}142S}{S^2+354{,}946} - \\
& - \frac{1{,}827}{S^2+354{,}946} - \frac{1{,}749S}{S^2+631{,}014} + \frac{43{,}863}{S^2+631{,}014} - \\
& - \frac{0{,}983S}{S^2+985{,}96} - \frac{28{,}543}{S^2+985{,}96} - \frac{0{,}05S}{S^2+1419{,}782} - \\
& - \frac{4{,}032}{S^2+1419{,}782} - \frac{0{,}209S}{S^2+1932{,}482} - \frac{7{,}209}{S^2+1932{,}482} - \\
& - \frac{0{,}03S}{S^2+2524{,}058} - \frac{0{,}553}{S^2+2524{,}058} - \frac{0{,}012S}{S^2+3194{,}51} - \\
& - \frac{3{,}222}{S^2+3194{,}51} + \frac{0{,}021S}{S^2+3943{,}84} + \frac{14{,}193}{S^2+3943{,}84}
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Второе воздействие:

$$
\begin{aligned}
L[x_2(t)] = {} & \frac{1{,}062}{S} + \frac{1{,}502S}{S^2+9{,}86} + \frac{4{,}204}{S^2+9{,}86} + \\
& + \frac{0{,}193S}{S^2+39{,}438} + \frac{10{,}638}{S^2+39{,}438} - \frac{0{,}731S}{S^2+88{,}736} + \\
& + \frac{9{,}684}{S^2+88{,}736} - \frac{0{,}752S}{S^2+157{,}754} + \frac{2{,}047}{S^2+157{,}754} - \\
& - \frac{0{,}268S}{S^2+246{,}49} - \frac{2{,}622}{S^2+246{,}49} + \frac{0{,}029S}{S^2+354{,}946} + \\
& + \frac{0{,}452}{S^2+354{,}946} - \frac{0{,}075S}{S^2+483{,}12} + \frac{5{,}011}{S^2+483{,}12} - \\
& - \frac{0{,}273S}{S^2+631{,}014} + \frac{3{,}567}{S^2+631{,}014} - \frac{0{,}259S}{S^2+798{,}628} - \\
& - \frac{2{,}204}{S^2+798{,}628} - \frac{0{,}079S}{S^2+985{,}96} - \frac{4{,}898}{S^2+985{,}96}
\end{aligned}
\tag{13}
$$

На основании выражений (12) и (13) формируем электронную модель материалопотока на выходе порционного дозатора (рис. 6, поз. 1) с числом гармоник в каждом из каналов, равным 10.

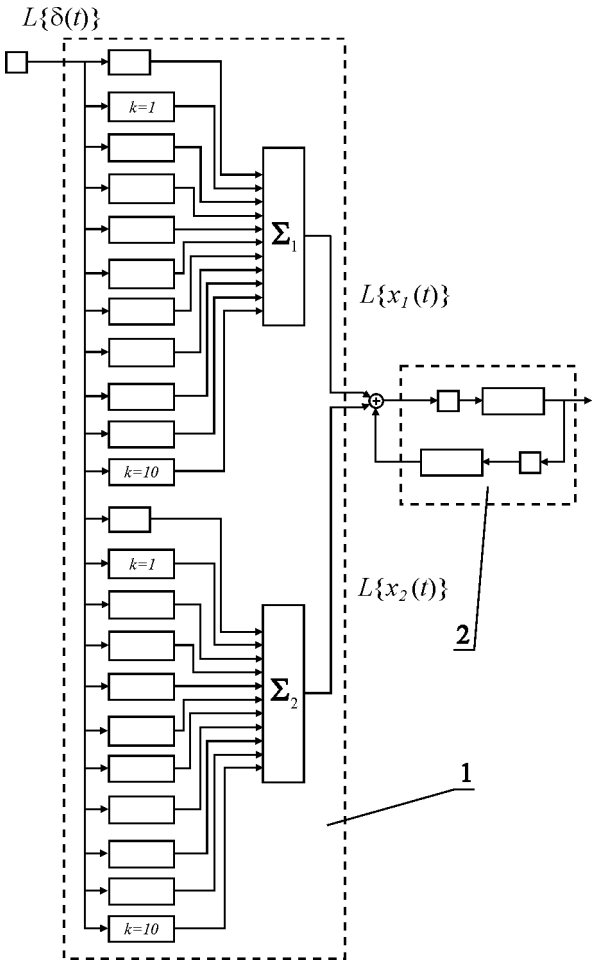

Рис. 6. Алгоритмическая блок-схема математической модели порционного дозирования: 1 – дозатор (а.с. № 1744489); 2 – смеситель

На данной схеме в качестве внешнего воздействия используется единичная импульсная функция (функция Дирака $\delta(t)$), изображение которой $L\{\delta(t)\}=1$. При этом сигнал на выходе каждого блока в том и другом каналах соответствует записанному в блоке изображению соответствующей составляющей k-й гармонике, $k=\overline{1,10}$. Порядок изображения сигнала в каждом из каналов $N = 41$. Таким образом, суммарный порядок вычислительной сложности совокупного сигнала дозирования равен 82. В состав схемы входят два сумматора и узел смесительного устройства 2.

На основании вышеприведенных математических моделей (12), (13) и схемы их вычислительной реализации (см. рис. 6) сформирована структурная часть общей системы моделирования смесеприготовительных процессов в агрегате, включающей устройство бинарного дозирования (см. рис. 2), работающее на смесительный узел центробежного и/или вибрационного действия.

Список литературы

1. Федосенков, Б.А. Процессы дозирования сыпучих материалов в смесеприготовительных агрегатах непрерывного действия – обобщенная теория и анализ (кибернетический подход) : монография / Б.А. Федосенков, В.Н. Иванец; Кемеровский технологический институт пищевой промышленности. – Кемерово, 2002. – 200 с.

2. Шушпанников, А.Б. Смесительные агрегаты вибрационного типа для дисперсных материалов : монография / А.Б. Шушпанников, Г.Е. Иванец; Кемеровский технологический институт пищевой промышленности. – Кемерово, 2008. – 152 с.

3. А.с. СССР № 1744489, кл. G01F11/18, опубл. 30.06.92, бюл. № 24 (4738616/10 от 18.09.89). Устройство для объемного дозирования / Шушпанников А.Б., Иванец В.Н., Пимаков А.Г., Еремин А.Т.

ГОУ ВПО «Кемеровский технологический институт пищевой промышленности»,
650056, Россия, г. Кемерово, б-р Строителей, 47.
Тел./факс: (3842) 73-40-40
e-mail: office@kemtipp.ru

SUMMARY

A.B. Shushpannikov, B.A. Fedosenkov

The batch dosing process modeling

Volumetric discrete-type dozers have a wide application in the food and other branches of industry to feed fluid and dry dispersed materials. As a rule, their output flow signal is depicted as a trapezoid type waveform. In order to operate with the models of periodical flow signals for seeking a range of associated regimes of dosing and mixing equipment performance, the models parameters are presented in the form of functions by means of Fourier decomposition.

Discrete-type dozer, bulk material, Fourier decomposition.

Kemerovo Institute of Food Science and Technology
47, Boulevard Stroiteley, Kemerovo, 650056, Russia
Phone/Fax: +7(3842) 73-40-40
e-mail: office@kemtipp.ru